*Università Ca' Foscari Venezia*, Corso di Laurea in Informatica

# Esame di Calcolo 2 - *Prof. D. Pasetto*

Tema A - 27/01/2023
Tempo a disposizione: 2h 30min

Cognome ........................ Nome ........................ Matricola ............. Aula-Posto ............

**Norme generali:**

- Non girare il foglio fino all'inizio dell'esame.
- Tenere sul tavolo solo lo stretto necessario per l'esame.
- NON è permesso utilizzare libri o quaderni, calcolatrici che facciano grafici o calcolino integrali, telefoni cellulari o altri dispositivi atti a comunicare. Per Calcolo 2 è permesso utilizzare un formulario su un foglio A4.
- Durante la prova sarà necessario rimanere al proprio posto, indossando sempre la mascherina. Non sarà possibile uscire durante la prova e prima del termine del termine della stessa.
- Al termine della prova, i docenti passeranno fila per fila per raccogliere gli scritti. Solo al termine delle operazioni di consegna, si potrà abbandonare l'aula, una fila alla volta per evitare assembramenti, rispettando le indicazioni dei docenti.
- Siate ordinati nella risoluzione degli esercizi e scrivete il numero di pagina su ogni foglio.

## Problema 1 (7 punti)

1.1 Calcolare tutte le soluzioni dell'equazione $8x^2y' = -(2x^2+4)(2y+1)^3$.

1.2 Trovare la soluzione che soddisfi la condizione iniziale $y(-1) = 0$ e determinarne il dominio di esistenza.

1.3 Trovare la soluzione che soddisfi la condizione iniziale $y(1) = -0.5$ e determinarne il dominio di esistenza.

## Problema 2 (8 punti)

Considerare la curva $\gamma$ descritta dalla parametrizzazione $\mathbf{r}(t)$ definita per parti

$$\mathbf{r}(t) = \begin{cases} \mathbf{r}_1(t) = \left(\frac{4}{t}\cos(\pi t), -\frac{4}{t}\sin(\pi t)\right), & \text{se } t \in [1\ ,\ 4]\,; \\ \mathbf{r}_2(t) = (-5t+21,\quad 0)\,, & \text{se } t \in ]4\ ,\ 5] \end{cases}$$

2.1 Determinare se $\gamma$ è continua, chiusa, semplice e regolare.

2.2 Disegnare il supporto della curva. Indicare il verso di percorrenza.

2.3 Scrivere l'equazione cartesiana e parametrica della retta tangente a $\gamma$ in $t_0 = 2$.

2.4 Sia $f(x,y) = \left(\frac{1}{x^2+y^2}\right)^{3/2}$. Verificare che il sostegno di $\mathbf{r}_1$ è contenuto nel dominio di $f$ e calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\mathbf{r}_1} f$

## Problema 3 (9 punti)

Sia $f(x,y) = (x-1)^2y + 2y^3 - 4y$.

3.1 Determinare il dominio di $f$ e dire se la funzione è di classe $\mathcal{C}^2$. Disegnare, se possibile, il grafico della sezione $x = 1$. Disegnare, se possibile, la curva di livello a $z = 0$

3.2 Determinare l'esistenza di eventuali punti critici di $f$ e stabilire se tali punti sono di massimo o minimo relativo o di sella.

3.3 Determinare il versore di massima crescita nel punto $(-1,-1)$ e scrivere l'equazione del piano tangente in tale punto.

## Problema 4 (6 punti)

Sia $D$ il dominio rappresentato in figura dove la curva alla frontiera è un arco di circonferenza di centro $(0,0)$. Il vertici $A$ e $B$ hanno coordinate $A = (-1, -\sqrt{3})$, $B = (\frac{\sqrt{3}}{3}, 1)$. Utilizzare gli integrali doppi per calcolare:

$$I_1 = \int\int_D dx\,dy \quad ; \quad I_2 = \int\int_D xy\,dx\,dy$$